Задача A. Центр масс

Имя входного файла:	`center.in`
Имя выходного файла:	`center.out`
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	64 мегабайта

Напомним, что в физике *центр масс* системы точек — это геометрическая точка, характеризующая распределение масс в теле или системе тел. Центр масс движется так, как двигалась бы материальная точка с массой, равной массе системы, если бы к ней были приложены те же внешние силы, которые приложены к системе.

Положение центра масс вычисляется по следующей формуле:

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_i \vec{r}_i \; m_i}{\sum_i m_i}$$

В частном случае, когда точки лежат на одной прямой и их положение задается одной координатой, эта формула может быть записана таким образом:

$$x_c = \frac{\sum_i x_i \cdot m_i}{\sum_i m_i}$$

Пусть даны $n+1$ точек на прямой с целыми координатами в диапазоне $[0, n]$. Вес точки с координатой $x = m$ равен $C_n^m \cdot p^m \cdot (1-p)^{n-m}$, где $p \in [0; 1]$ — вещественное число. Напомним, что $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$. Здесь $n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n$.

Найдите координаты центра тяжести данной системы точек.

Формат входного файла

В первой строке входного файла находятся два числа: целое число n ($1 \le n \le 1000$) и вещественное число p ($0 \le p \le 1$).

Решения, предполагающие n в диапазоне $1 \le n \le 50$, будут оцениваться из 33 баллов.

Формат выходного файла

Выведите координаты центра тяжести. Ваш ответ засчитывается, если он отличается от правильного не более чем на 10^{-9}.

Примеры

center.in	center.out
1 0	0.0
2 0.5	1.0

Задача B. Два конца, два кольца...

Имя входного файла:	`rings.in`
Имя выходного файла:	`rings.out`
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	64 мегабайта

Назовем *кольцом* фигуру с центром $(x_0; y_0)$, внутренним радиусом r и внешним радиусом R, точки которой удовлетворяют следующему неравенству:

$$r^2 \le (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \le R^2$$

Даны два кольца. Найдите площадь их пересечения.

Формат входного файла

В первой строке файла дано описание первого кольца: координаты его центра x_1, y_1, внутренний и внешний радиусы $r_1 < R_1$. Во второй строке в таком же формате описано второе кольцо.

Все числа во входном файле целые, неотрицательные и не превосходят 10^4.

Формат выходного файла

Выведите площадь пересечения колец. Ответ будет засчитан, если он отличается от правильного не более, чем на 10^{-6}.

Примеры

rings.in	rings.out
0 0 1 2 4 0 1 2	0.0
0 0 1 2 3 0 1 2	1.8132470159104392

Задача C. Период Фибоначчи

Имя входного файла:	`fib.in`
Имя выходного файла:	`fib.out`
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	64 мегабайта

Последовательность целых чисел

$$\mathcal{F}_r = a_0, a_1, \ldots, a_n, \ldots,$$

будем называть *числами Фибоначчи по модулю* r, если $a_0 = 0$, $a_1 = 1$, и $a_i = (a_{i-2} + a_{i-1}) \bmod r$ для всех $i \geq 2$.

Число $p > 0$ называется *периодом* последовательности, если найдется такое i_0, что для всех $i \geq i_0$ выполнено равенство $a_i = a_{i+p}$. Последовательность называется периодической, если она имеет период. Если последовательность является периодической, то у нее есть минимальный период.

По заданному простому числу r выясните, верно ли, что последовательность $\mathcal{F}_r$ является периодической, и если это так, найдите ее минимальный период.

Формат входного файла

Входной файл содержит просто число r ($2 \leq r \leq 2 \cdot 10^9$).

Формат выходного файла

Если последовательность $\mathcal{F}_r$ является периодической, выведите в выходной файл ее минимальный период. Иначе выведите 0.

Решения, предполагающие r в диапазоне $1 \leq r \leq 1000$, будут оцениваться из 50 баллов.

Пример

fib.in	fib.out
2	3
3	8
5	20

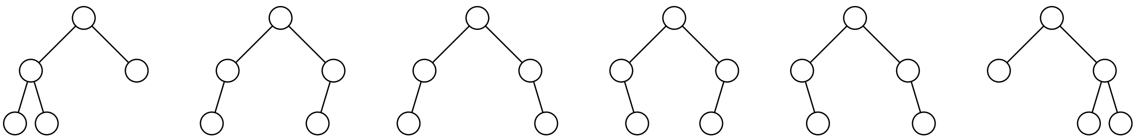
Задача D. АВЛ-деревья

Имя входного файла:	`avl.in`
Имя выходного файла:	`avl.out`
Ограничение по времени:	5 секунд
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

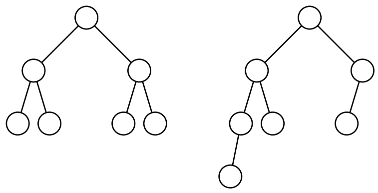
АВЛ-деревья были изобретены советскими учеными Адельсоном-Вельским и Ландисом. Они используются для реализации структуры данных *отсортированная коллекция*.

Дерево с корнем называется сбалансированным, если для каждой вершины высота ее левого поддерева отличается от высоты ее правого поддерева не более чем на единицу. Сбалансированное двоичной дерево поиска называется АВЛ-деревом.

Для заданного количества вершин может существовать несколько различных АВЛ-деревьев. Например, на рисунке приведено 6 АВЛ-деревьев с 5 вершинами.



Также деревья с одинаковым количеством вершин может иметь различную высоту, на рисунке приведены примеры АВЛ-деревьев с 7 вершинами, которые имеют высоту 2 и 3, соответственно.



По заданным n и h найдите количество АВЛ-деревьев с n вершинами, которые имеют высоту h. Выведите ответ по модулю 786 433.

Формат входного файла

Входной файл содержит n и h ($1 \le n \le 65\,535$, $0 \le h \le 15$)

Формат выходного файла

Выведите одно число — количество АВЛ-деревьев с n вершинами, которые имеют высоту h, по модулю 786 433.

Пример

avl.in	avl.out
7 3	16

Замечание

Заметьте, что 786 433 простое, причем $786\,433 = 3 \cdot 2^{18} + 1$.