
Разбор задачи «Морской бой»

Посчитаем минимальное количество клеток поля, необходимое, чтобы расположить корабли, в зависимости от числа k . Поскольку количество кораблей равняется $1 + 2 + \dots + k$, количество клеток, разделяющих корабли, равняется этой сумме, вычисляемой по известной формуле $\frac{k \cdot (k+1)}{2} - 1$. Единицу отнимаем потому что разделяющих клеток на одну меньше, чем кораблей.

Теперь посчитаем количество клеток, занимаемое непосредственно кораблями. Это количество по условию равняется следующей сумме: $1 \cdot k + 2 \cdot (k-1) + 3 \cdot (k-2) + \dots + k \cdot 1$. Раскрыв скобки и вынеся k , а также минус, за скобки, получим следующее выражение: $(1 + 2 + \dots + k) \cdot k - (1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + (k-1) \cdot k)$. Заменяя скобки эквивалентными формулами, получим: $\frac{k \cdot (k+1)}{2} \cdot k - \frac{(k-1) \cdot k \cdot (k+1)}{3}$. Заметим, что функция $f(k) = \frac{k \cdot (k+1)}{2} - 1 + \frac{k \cdot (k+1)}{2} \cdot k - \frac{(k-1) \cdot k \cdot (k+1)}{3} = \frac{(k-1) \cdot k \cdot (k+1)}{6}$, определяющая минимальное количество необходимых для расположения кораблей клеток в зависимости от k , монотонна. Значит, требуемое для решения задачи значение k можно найти двоичным поиском за $O(\log n)$.