
Разбор задачи «Случайное дерево»

Подвесим дерево за любую вершину.

Тогда количество подмножеств, в которых эта вершина не присутствует, это $\sum (2^{sz_{to}} - 1)$ (по всем детям to вершины v) $+ 2^{n-sz_v}$, где sz_v — размер поддеревья v .

Таким образом, ответ на задачу это $2^n \cdot n - \sum (2^{sz_v} - 1) + \sum 2^{n-sz_v} - 2^n + 1$.

Также можно показать, что математическое ожидание глубины вершины в случайном дереве это $\log n$.

Тогда можно подняться за $O(depth)$ и пересчитать размеры поддеревьев, и вместе с ними обновить ответ.

Итоговое время работы: $\mathcal{O}(n \log n)$.