
Разбор задачи «Ральф и арифметика»

Пусть l_n — длина десятичной записи числа n .

Посчитаем количество чисел без второстепенных цифр длины $l = 1, 2, \dots, l_n - 1$. Всего у нас k второстепенных цифр, значит всего у нас $10 - k$ разрешенных цифр. Также первая цифра не может быть нулем, значит вариантов первой цифры либо $f = 10 - k$, если 0 — второстепенная цифра, либо $f = 9 - k$ иначе. Тогда ответ для фиксированной длины l равен $f \cdot (10 - k)^{l-1}$.

Теперь посчитаем количество чисел без второстепенных цифр длины l_n . Все такие числа не превосходят n . Рассмотрим число n отдельно: прибавим 1 к ответу, если в записи числа n нет второстепенных цифр. Осталось рассмотреть числа длины l_n , строго меньшие n . У таких чисел есть несколько общих старших цифр с числом n (возможно, 0), затем идет цифра, меньшая соответствующей цифры числа n , а затем любые другие цифры. Переберем количество общих старших цифр с числом n : $p = 0 \dots l_n - 1$. Если среди первых p цифр числа n есть второстепенная, то таких чисел нет. Иначе нужно найти s — количество цифр, не являющихся второстепенными, строго меньшие p -й цифры числа n , и прибавить к ответу $s \cdot (10 - k)^{l_n - p - 1}$.