

## Магическая ПСП

Дано множество чисел  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ . Требуется построить правильную скобочную последовательность, в которой мультимножество расстояний между парными скобками будет равно  $A$ .

Несложно заметить, что расстояние между парными скобками всегда четно, поэтому если в  $A$  есть нечетное число, решения точно не существует.

Рассмотрим самое большое число из  $A$ . Пара скобок, соответствующая этому расстоянию, не может быть вложена ни в какую другую пару скобок. Поэтому, можно поставить такую пару скобок в самом начале скобочной последовательности.

Таким образом, задачу можно решить методом динамического программирования по подмножествам. Состоянием является мультимножество чисел, являющееся подмножеством  $A$ . Для каждого мультимножества нас интересует, существует ли ПСП, соответствующая такому мультимножеству. И если искомая ПСП существует, сохраним любую подходящую. Пустому мультимножеству соответствует пустая ПСП. Для любого другого множества, выберем самое большое число из множества. Пусть оно равно  $x$ . Поставим первую пару скобок на расстоянии  $x$ . Тогда оставшиеся числа из множества нужно разбить на две части: одно будет содержать  $\frac{x}{2}$  чисел, и будет соответствовать ПСП внутри первой пары скобок, и вторая часть будет содержать все оставшиеся числа и будет соответствовать ПСП правее первой пары скобок. Значит, нужно перебрать способы выбрать  $\frac{x}{2}$  чисел из текущего множества.

Для оценки асимптотики, просуммируем по всем множествам  $C_{k-1}^{\lfloor (k-1)/2 \rfloor}$ , где  $k$  — количество чисел в множестве. Получается порядка  $4 \cdot 10^8$ . На практике, такое решение уже укладывается в ограничение по времени. Можно еще ускорить решение, если заметить, что различных состояний может быть меньше, чем  $2^n$ , потому что в  $A$  могут встречаться повторяющиеся числа.