

Теория Рамсея

Автор задачи и разработчик: Михаил Иванов

Теория Рамсея говорит, что для любых двух чисел L и K существует такое число R , что в любом графе на R вершинах есть либо L -клика, либо K -антиклика. Наименьшее такое число называется *числом Рамсея* и обозначается $R(L, K)$.

Мы предлагаем такое решение: взять любые $R(L, K)$ вершин графа (а если в графе меньше вершин — то взять все вершины), оставить только рёбра, проведённые между выбранным подмножеством, и в полученном графе перебрать все L -множества и K -множества вершин и проверить, что они подходят. Этого достаточно, так как, если $N < R(L, K)$, то мы переберём все нужные множества, а если $N \geq R(L, K)$, то мы в любом случае найдём требуемое множество.

Для всех $1 \leq K, L \leq 5$ выполняется $R(K, L) \leq 48$, поэтому перебрать достаточно C_{48}^5 множеств, что меньше двух миллионов и запросто можно успеть сделать за отведённое программе время.

Более того, если просто поверить, что $R(5, 5)$ достаточно мало, то можно не знать, насколько именно оно мало. Достаточно было поверить, что ограничения допускают решение с перебором всех множеств вершин до какого-то предела R , и написать программу, которая в бесконечном цикле перебирает подмножества всё большего набора вершин, каждый раз проверяя, что у неё ещё есть, скажем, полсекунды до истечения ограничения по времени.