

Подозрительные отчеты

Автор задачи и разработчик: Мария Жогова

Рассмотрим классическую динамику для задачи нахождения *наибольшей общей последовательности*. В данном случае мы хотим проверить, что сокращенный отчет целиком «входит» в полный отчет с указанными дополнительными ограничениями. Будем хранить $\text{dp}[i][j]$ — могут ли первые i столбцов гистограммы полного отчета содержать первые j столбцов противозаконного отчета, чтобы i -й соответствовал j -му.

При пересчете такой динамики достаточно перебрать k — предыдущий столбец первой гистограммы, соответствующий $j - 1$ -му столбцу второй. На него накладываются следующие ограничения: $s_k - t_{j-1} = s_i - t_j$ (то, что гистограмма была обрезана по горизонтальной линии, означает, что разности высот столбцов одинаковы) и $s_x \leq s_i - t_j$ для всех $k < x < i$ (так как все элементы между выбранными столбцами должны быть не выше линии разреза). Таким образом,

$$\text{dp}[i][j] = \bigvee_{\substack{k < i \\ s_k - t_{j-1} = s_i - t_j \\ \max_{k < x < i} s_x < s_i - t_j}} \text{dp}[k][j - 1]$$

Такой пересчет в наивной реализации работает за $\mathcal{O}(nm^2)$. Для этого достаточно во вложенных циклах по i и j перебирать k по убыванию от i до 0, поддерживать максимум на отрезке от $k + 1$ до $i - 1$ и проверять описанные условия. Решение с такой асимптотикой проходило по времени.