

Защищенная тюрьма

Автор задачи и разработчик: Даниил Орешников

По условию, ни один из разрешенных типов комнат не помещается внутри другого. Значит, если комната i -го типа имеет размеры $a_i \times b_i$, то для любой другой комнаты j -го типа ($j \neq i$) верно, что либо $a_j < a_i$, либо $b_j < b_i$, но не оба неравенства одновременно. Из этого следует, что или $a_j < a_i$ и $b_j \geq b_i$, или $a_i \geq a_j$ и $b_j < b_i$. В том и в другом случае нам достаточно расширить только один из размеров комнаты. Давайте для каждого из i типов рассмотрим оба случая отдельно и в конце выберем тот размер, за изменение которого придется заплатить меньше.

Пусть размеры комнаты i -го типа по-прежнему $a_i \times b_i$. Рассмотрим такое множество типов комнат J , для которых верно, что $a_j < a_i$, а тогда $b_j \geq b_i$ для любого $j \in J$. Чтобы разместить комнату типа j в комнате i необходимо как минимум увеличить размер a_j до $a = a_i$. При этом b_j можно не менять, то есть $b = b_j$. За это придется заплатить как минимум $(a + b) - (a_j + b_j) = a_i - a_j$ денег.

Чтобы найти такой тип комнат $j \in J$, за расширение которого до размеров комнаты i -го типа необходимо заплатить минимальное количество денег, нужно выбрать j с максимальным a_j . Действительно, в таком случае $a_i - a_j$ будет минимальным.

Давайте расположим все типы комнат в порядке неубывания их b_k (и возрастания их a_k , соответственно). Тогда для любого типа комнат i типы комнат $j \in J$, то есть те, у которых можно увеличить первый размер, чтобы комнату типа i разместить внутри комнаты типа j , находятся строго после комнаты i . Тогда задача поиска максимального a_j для $j \in J$ равносильна поиску максимума a_k на суффиксе отсортированного массива типов комнат. Причем этот суффикс начинается сразу после позиции на которой расположен i -й тип комнат.

Давайте отсортируем типы комнат в указанном порядке. Затем посчитаем максимумы a_k на всех суффиксах массива типов комнат (это делается за один проход с конца массива). Теперь снова пройдем по массиву (в этот раз можно с начала) и для каждого типа комнат i запомним максимум на суффиксе в массив $\text{ans}_a[i]$. Напоминаем, он равен $\text{suff}[\text{pos}(i) + 1]$, где $\text{pos}(i)$ — порядковый номер комнаты в отсортированном массиве. Для комнаты, стоящей последней в отсортированном массиве, максимум на суффиксе будет не определен, будем считать, что $\text{ans}_a[i] = +\infty$.

Далее сделаем аналогичную последовательность действий, но для второй стороны: отсортируем по возрастанию b_k (это будет просто обратный порядок); посчитаем суффиксные максимумы; для каждого типа запомним максимум на соответствующем суффиксе в массив $\text{ans}_b[i]$.

После этого, можно вывести ответ. Если для i -го типа комнат ответ будет равен $\min(a_i - \text{ans}_a[i], b_i - \text{ans}_b[i])$. Для такого решения необходимо отсортировать массив типов комнат и несколько раз проитерироваться по нему. Таким образом, время работы — $\mathcal{O}(n \log n)$.