

Размещение симбиотов

Автор задачи и разработчик: Даниил Орешников

Будем характеризовать *состояние* носителей i -й пары парой (x, y) , где x — суммарная опасность симбиотов, расположенных в $2i - 1$ -м носителе, а y — в $2i$ -м носителе.

Рассмотрим возможные расположения двух симбиотов из i -й пары в носителях i -й пары, и какие состояния носителей им соответствуют. Если оба симбиота расположились в предыдущей паре, состояние будет равно $(0, 0)$ (случай 1). Если один из симбиотов расположился в предыдущей паре, то состояние может быть равно $(0, a_{2i-1})$, $(0, a_{2i})$ или двум симметричным им (случаи 2 и 3). Аналогично, случай 4 соответствует состоянию (a_{2i-1}, a_{2i}) и симметричному ему (которых поровну). И случай 5 возможен, если $a_{2i-1} + a_{2i} \leq B$, и соответствует состояниям $(a_{2i-1} + a_{2i}, 0)$ и $(0, a_{2i-1} + a_{2i})$ (количество способов достичь которых, аналогично, одинаково в силу симметрии).

Заведем $\mathbf{dp}[i][s]$, где $0 \leq i \leq n$ и $1 \leq s \leq 5$ — количество способов расположить первые i пар симбиотов в первых i парах носителей, чтобы последняя пара носителей находилась в состоянии, отвечающему случаю s . Пересчет такой динамики заключается в аккуратном разборе случаев расположения симбиотов i -й пары в зависимости от состояния $i - 1$ -й пары носителей и ожидаемого состояния i -й пары носителей. Можно немного сократить ручной перебор, закодирав случаи состояний и разобрав общий случай перехода.

Ответ в такой динамике будет располагаться в $\sum_s \mathbf{dp}[n][s]$. При ручном рассмотрении случаев подсчет $\mathbf{dp}[i][s]$ требует перебора пяти предыдущих состояний $\mathbf{dp}[i - 1][s_{old}]$, и дает общую асимптотику времени работы $\mathcal{O}(25n) = \mathcal{O}(n)$.