

Еще более защищенная тюрьма

Автор задачи и разработчик: Даниил Орешников

После нажатия на сектор номер i вся последовательность чисел — это циклический сдвиг исходной последовательности на a_i против часовой стрелки, из которого затем выкинут элемент a_i .

Посмотрим, как решалась бы задача, если бы элементы не убирались из рассмотрения. Тогда нам бы просто надо было научиться быстро сравнивать два циклических сдвига, после чего найти минимальный из них с данными ограничениями можно как за линию, так и сделав полную сортировку всех циклических сдвигов, используя найденный компаратор. Для этого можно построить *суффиксный массив*, который позволит нам сравнивать циклические сдвиги за $\mathcal{O}(1)$.

Теперь, возвращаясь к исходной задаче, научимся сравнивать два циклических сдвига, из которых вычеркнули по одному элементу. Заметим, что если разрезать оба циклических сдвига по позициям вычеркнутых элементов, каждый циклический сдвиг превратится в три отрезка подряд идущих (если считать последовательность циклической) элементов исходной последовательности. Таким образом, можно свести сравнение двух «неполных» циклических сдвигов к сравнению не более трех пар отрезков одинаковой длины из исходной последовательности.

Сравнивать две произвольные строки одинаковой длины можно, сохранив используемый при построении суффиксного массива массив классов для каждой итерации. После i -й итерации нам известен порядок на подстроках длины 2^i , таким образом для сравнения двух подстрок длины a , достаточно посмотреть на их префиксы и суффиксы длины $2^{\lfloor \log_2 a \rfloor}$ и сравнить их классы после $\lfloor \log_2 a \rfloor$ -й итерации.

Сделав константное число таких сравнений, мы можем получить результат сравнения двух ответов, получаемых выбором любых i -го и j -го секторов, а значит, опять же, за $\mathcal{O}(n)$ можно найти минимальный ответ. Суммарное время работы равно $\mathcal{O}(n \log n)$ на построение суффиксного массива.