

Защищенная тюрьма

Автор задачи и разработчик: Даниил Орешников

Посмотрим, сколько надо заплатить, чтобы построить i -ю комнату внутри, а j -ю снаружи. Если $a_j \geq a_i$ и $b_j \geq a_j$, то платить не придется ничего. Если $a_j < a_i$ и $b_j < b_i$, то придется заплатить полную цену $a_i + b_i - a_j - b_j$. Иначе же, придется заплатить либо $a_i - a_j$, либо $b_i - b_j$ в зависимости от того, длины какой стороны не хватает.

Рассмотрим комнату (a_i, b_i) . Если ограничиться в выборе внешней комнаты только типами с не меньшими значениями b_j , ответом будет $\max\left(0, \min_{j: b_j \geq b_i} a_i - a_j\right)$. Аналогичное верно при рассмотрении комнат, у которых значения a_j не меньше, чем a_i — ответ будет $\max\left(0, \min_{j: a_j \geq a_i} b_i - b_j\right)$. Таким образом, найти минимальное количество денег, которое надо заплатить, если выбирать комнаты, в которые i -я уже хотя бы по одному направлению помещается, можно следующим образом. Отсортируем все типы комнат независимо по a и по b , на каждом из полученных отсортированных массивов насчитаем *максимумы на суффиксах* значений b и a соответственно. Запомнив для каждой комнаты ее позицию в таких сортировках, можно за $\mathcal{O}(1)$ найти ответ. Более подробное описание этих двух случаев можно найти в разборе «базовой» версии этой задачи.

Осталось рассмотреть случай, когда выгодно «расширить» комнату, изначально меньшую i -й по обоим направлениям. Для этого достаточно перебирать все комнаты в порядке возрастания b , и на всех уже рассмотренных комнатах поддерживать *декартово дерево* по явному ключу a . Для комнаты (a_i, b_i) достаточно разделить это дерево по ключу a_i и найти в левой части максимум величины $a_j + b_j$, которую можно специально поддерживать на поддеревьях. Время работы такого решения в сумме — $\mathcal{O}(n \log n)$ на сортировку и декартово дерево.