

Размещение симбиотов

Автор задачи и разработчик: Даниил Орешников

Заметим, что для размещения n пар симбиотов потребуется хотя бы $2 \cdot \lceil \frac{n}{2} \rceil$ носителей. Это достигается (например) при условии, что симбиоты из нечетной пары i размещаются в носителях из пары i , а симбиоты из четной пары j размещаются в носителях из пары $j - 1$. В таком случае носители из четных рядов не потребуются и их можно будет отпустить. Очевидно, что использовать меньше носителей не получится, так как из условий размещения следует, что больше двух симбиотов в одном носителе не разместить.

Давайте решать задачу жадным образом, стремясь приблизить вид размещения к тому, которое приведено выше. Для этого воспользуемся следующим фактом: симбиотов, начиная с i -й пары, можно разместить, не затрагивая носителей из предыдущих пар. Поэтому, если при размещении i -й пары симбиотов есть возможность оставить носителя из $i - 1$ -й пары «свободным», следует это сделать. Действительно, если оптимальный ответ достигается занятием этого носителя симбиотом, то где-то дальше есть свободный, до которого в каждой паре носителей размещен один симбиот с той же пары, и один — со следующей. В таком случае можно «сдвинуть» всех этих симбиотов вперед, освободив текущего, и не ухудшив ответ.

В первой паре симбиотов можно разместить любым способом, так как это ни на что не повлияет. Пусть мы уже разместили первые i пар и сейчас размещаем $i + 1$ -ю. Тогда

- Если в предыдущей паре в обоих носителях уже есть симбиоты, выгодно попытаться разместить там обоих симбиотов из текущей пары. Если это возможно, то носители из текущей пары останутся свободными, и их можно будет отпустить.

Иначе стоит попробовать разместить симбиота из текущей пары с максимальным весом в носителе из предыдущей пары. Аналогично, если он не помещается, то поместить симбиота с минимальным весом. Того, который не поместился, следует разместить в любом носителе текущей пары.

- Если в предыдущей паре есть симбиот только в одном из носителей, выгодно аналогично предыдущему случаю попытаться также разместить симбиота с максимальным весом в нем. Иначе выгодно разместить симбиота с минимальным весом, если это, конечно, возможно.
- Если в i -й паре есть носитель, в котором нет ни одного симбиота, то выгоднее разместить симбиота из пары $i + 1$ в носителе из $i + 1$ -й пары, тем самым добавив «свободных» носителей с предыдущего в ответ.
- Если оба носителя из предыдущей пары свободны, то, как говорилось выше, выгодно не размещать в них симбиотов вообще.

Следуя приведенным выше правилам, на каждом этапе мы будем получать размещение с максимальным числом неиспользованных носителей, а среди всех таких размещение с минимальной заполненностью носителей в последней паре. Ясно, что такое размещение в итоге приведет к размещению с минимальным количеством носителей, которого хватит для размещения всех симбиотов с соблюдением всех описанных условий.

Для решения достаточно последовательно рассмотреть каждую из n пар симбиотов, постоянно поддерживая информацию о заполненности носителей в предыдущей паре. Пар носителей также n , поэтому время работы решения — $\mathcal{O}(n)$.