

Необычная ловушка

Автор задачи и разработчик: Константин Бау.

Данная в задаче система комнат представляет из себя дерево, то есть связный ациклический неориентированный граф.

Из того, что ловушка позволяет высаживать людей из лифта, следует, что человек по пути из комнаты x в комнату y может посетить комнаты на пути из x в $\text{lca}(x, y)$ и пути из $\text{lca}(x, y)$ в y . Здесь и далее lca — ближайший к вершинам x и y общий предок.

Для решения первой и второй подзадач можно было явно просимулировать перемещение людей по вершинам и рёбрам графа. Давайте для всех вершин посчитаем минимальное количество лифтов, чтобы перевезти заложников в каждую из сторон. Ответ на задачу — $\sum_{u \rightarrow v} w_{u \rightarrow v} \cdot \text{cnt}_{u \rightarrow v}$, где cnt — минимальное количество лифтов, необходимое, чтобы перевезти всех людей по ребру $u \rightarrow v$.

Ограничения третьей подзадачи указывали на то, что вместимость лифта позволяет перевезти всех людей за одну поездку. Таким образом, для каждого рёбра в одну и другую сторону нужно было понять, поедет ли кто-то по нему, и если это так, добавить в ответ $w_{u \rightarrow v}$ этого ребра.

В подзадаче четыре каждая комната соединялась с одной или двумя, поэтому граф на самом деле представляется в виде цепочки вершин. Это отличает группу от других тем, что весь граф можно представить в виде прямой, а путь из x в y как отрезок этой прямой. Пользуясь деревом отрезков или деревом Фенвика можно было, прибавляя c_i на отрезке, для каждого ребра посчитать сколько раз его пересекут. Дальше для каждого ребра посчитать минимальное количество поездок лифта, чтобы перевезти всех людей и с учётом всех w_i посчитать ответ.

На самом деле, решение задачи в общем случае отличается лишь тем, что c_i нужно прибавлять не на отрезке, а в дереве.

Для пятой подзадачи можно было на каждую из m групп найти lca , затем явно выделить путь из x в y и за $\mathcal{O}(n^2)$ к каждому ребру для нужного направления прибавить c_i . Время работы такого решения равно $\mathcal{O}(m \cdot n^2)$.

Решение задачи на полный балл предполагало подсчёт суммы в поддереве. Нам нужно прибавлять c_i на пути от u до p , где p — какой-то предок u . Давайте в каждой вершине хранить два числа: e и f . Рассмотрим группу i , выделим путь из u в v , и пусть $\text{lca}(u, v) = p$. Прибавим к e_v и f_v величину c_i и вычтем из e_p и f_p величину c_i . После рассмотрения всех групп людей, прибавим к e_v и f_v сумму e и f в поддереве соответственно.