

# Шоу фейерверков

Автор задачи и разработчик: Даниил Орешников

Упростим формулировку задачи: даны  $n + 1$  стек, вмещающие не более двух элементов, в них лежат  $n$  пар элементов с номерами от 1 до  $n$ ; требуется перекладываниями верхних элементов из стеков добиться того, чтобы парные элементы лежали в одном стеке.

Заметим, что если в каждой паре один элемент лежит снизу какого-то стека, а другой — сверху, то можно справиться с задачей следующим образом. Выберем первый стек, переложим верхний элемент из него в «запасной» пустой. Пара к тому элементу, который остался внизу первого стека, лежит где-то наверху в другом — переложим его в первый. Продолжим то же самое для стека, из которого только что переложили верхний, и так далее, пока не найдется пара к самому первому отложенному элементу.

На упорядочивание каждого такого «цикла» размера  $k$  требуется  $k + 1$  действие, и всего есть не более  $\frac{n}{2}$  таких циклов, поэтому хватит  $\frac{3}{2}n$  действий.

Теперь обобщим это решение на случай, когда есть пары с двумя «верхними» или двумя «нижними» элементами (по их исходному расположению в стеках). Рассмотрим произвольный стек, пусть в нем лежат элементы 3 (сверху) и 4 (снизу). Посмотрим, лежит ли где-то 3 снизу — если да, то пусть, не теряя общности, верхний элемент в его стеке равен 2, продолжим то же рассуждение для 2, и аналогично продолжим для 4 в другую сторону. Рано или поздно, мы остановимся, либо замкнувшись в цикл, либо встретив с обеих сторон элемент, чья пара находится на той же глубине в другом стеке:

$[x, 1$   
 $[2, 1$   
 $[3, 2$   
 $[4, 3$   
 $[5, 4$   
 $[5, y$

В таком случае выложим два парных верхних элемента (1 и 1) в пустой стек, переместим 2, 3, 4 по циклу, как в предыдущем случае, дальше переложим  $y$  на  $x$ , и, наконец, переместим 5. В данном случае мы получили  $k - 1$  новых парных стеков, потратив  $k + 1$  действие, где  $k$  — длина такой цепочки. Поскольку цепочки имеют длину хотя бы 3, то если все стеки разбиваются на циклы или цепочки, нам хватит  $2n$  действий даже с запасом.

Так же стоит аккуратно обрабатывать случай  $x = y$ , в котором цепочка заикливается, и, в частности, случай двух одинаковых стеков, образующих две пары.

Для реализации этого алгоритма достаточно в явном виде хранить для каждого номера пары две позиции элементов из нее, а также сами стеки. При перемещениях можно просто изменять состояние стеком и обновлять информацию о том, где какой элемент находится. Так же следует поддерживать номер вспомогательного пустого стека, потому что он периодически меняется. Время работы решения —  $O(n)$ .